

## تحلیل ریاضی کاربردی‌های ساده‌ی معماری ایران

حسن ریحانی همدانی\*

کارشناس ارشد معماری، مربی گروه مهندسی مدیریت پروژه، دانشگاه پیام نور  
h\_r\_hamedanei@yahoo.com

صاحب محمدیان منصور

دانشجوی دکتری معماری دانشگاه شهید بهشتی، مربی گروه معماری دانشگاه بوعلی سینا

وحید افشین مهر

استادیار گروه معماری دانشگاه پیام نور

محمدرضا بمانیان

استاد گروه معماری دانشگاه تربیت مدرس

شناسه‌ی دیجیتال (DOI): 10.22084/nbsh.2017.13894.1607  
تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۰۳/۲۰، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۸/۰۶  
(از ص ۲۰۱ تا ۲۲۰)

### چکیده

کاربندی (رسمی بندی) یکی از عناصر معماری نظامند در پوشش‌های معماری سنتی است، که همزمان علاوه بر جنبه‌های معماری و زیبایی‌شناسانه از حیث سازه‌ای نیز دارای قابلیت بارپذیری است. کاربردی با توجه به سابقه‌ای که در معماری سنتی ایران دارد، در هریک از مناطق جغرافیایی به سبک و سیاق خاصی طبقه‌بندی و نام‌گذاری شده است. مقاله‌ی حاضر در پی پاسخ به سؤالاتی چون: چگونه می‌توان کاربردی را به‌گونه‌ای جامع و فارغ از سلیقه‌های محلی نام‌گذاری نمود؟ چگونه کاربردی قابلیت فرمول‌پذیری ریاضی دارد؟ تحقیق حاضر، یک تحقیق کاربردی بوده و بر مبنای سامانه‌های صوری-ریاضی انجام شده و به میزان زیادی به گزاره‌های قاعده‌مند وابسته است؛ لذا روش تحقیق این پژوهش، روش تحلیل توصیفی و استدلال منطقی است. در بررسی موارد مضبوط در کتب از روش کتابخانه‌ای و در بررسی موارد غیرمضبوط از روش میدانی استفاده شده است. هدف این پژوهش مدل‌سازی ریاضی کاربردی ساده در معماری ایران است. نتایج پژوهش حاضر حاکی از این است که با توجه به ماهیت دستوری و قانونمند کاربردی از ریاضیات می‌توان به‌عنوان یک زبان بین‌المللی و قابل فهم برای همگان به منظور رسیدن به یک درک مشترک از کاربردی دست یافت. چهار فاکتور  $n$  (اضلاع کاربردی)،  $d$  (فواصل اتصال)،  $\theta$  (شاقولی یا غیرشاقولی بودن) و فاکتورزمینه  $(C_1)$   $(C_2, \dots, C_m)$ . برای فرمول‌نویسی و مدل‌سازی ریاضی کاربردی‌ها مؤثر و در تمامی منابع مشترک هستند که به کمک همین چهار فاکتور می‌توان تمامی کاربردی‌های ساده را فرمول‌نویسی و مدل‌سازی ریاضی کرد.

**کلیدواژگان:** مدل‌سازی، کاربردی، رسمی‌بندی، هندسه، معماری ایران.

## مقدمه

در نظام معماری مدرن، معماران تحصیل کرده و آکادمیک امروزی زیر نظر استادکاران سنتی پرورش پیدا نمی‌کنند و لذا هیچ درکی از علوم، معارف و دانش‌های معماری سنتی ندارند؛ به طوری که در سر فصل دروس دانشگاهی آکادمیک هیچ مطلبی در مورد هندسه و نظامات معماری سنتی ایران آموزش داده نمی‌شود. از طرف دیگر، جامعه‌ی معماران سنتی که متأسفانه روبه زوال هست، ساز و کارهای آموزشی خاص خود را دارد. این دو جامعه آکادمیک و سنتی هیچ‌گونه تعامل، فهم و منبع مشترکی برای درک متقابل ندارند. در این میان، مسأله‌ی اساسی این تحقیق استخراج یک زبان قابل فهم و منسجم براساس اصول معماری سنتی برای معماران آکادمیک است. اهمیت این مسأله به قدری زیاد است که اگر مطالعاتی به منظور استخراج اصول معماری سنتی برای معماران آکادمیک وجود نداشته باشد، زبان معماری سنتی رفته‌رفته به خاموشی گرایش خواهد یافت که البته در حال حاضر نیز تا حدودی این اتفاق افتاده است. متأسفانه اطلاعات مکتوب درباره‌ی کاربردی بسیار اندک است. قدیمی‌ترین سندی که در مورد کاربردی برجای مانده است، چند ترسیم در طولمارهای متعلق به میرزا اکبر معمار دوره‌ی قاجار است. از طرفی مکتوبات امروزی نیز در باب کاربردی فاقد انسجام کافی است، به طوری که استادکاران معماری سنتی و پژوهشگران دانشگاهی و مستشرقین غربی هرکدام از منظری به طبقه‌بندی و نام‌گذاری کاربردی پرداخته‌اند و لذا بسیاری از این نام‌گذاری‌ها سلیقه‌ای و متأثر از فرهنگ محلی و منطقه‌ای است؛ به طور کلی این منابع را می‌توان به سه دسته تقسیم‌بندی کرد: الف- منابعی که توسط معماران سنتی جمع‌آوری و تألیف شده است. ب- منابعی که توسط معماران آکادمیک جمع‌آوری و تألیف شده است. ج- منابعی که توسط مستشرقین غربی جمع‌آوری و تألیف شده است.

با بررسی این منابع به این نتیجه می‌رسیم که تشتت آرا و نظرات، زیاد و مختلف است و هرکدام از یک نقطه نظر به بررسی کاربردی پرداخته‌اند، مثلاً بعضی‌ها شکل زمینه، عده‌ای از نظر ریاضیات و گروهی دیگر از نظر تاریخچه، نیازهای اجتماعی، مباحث اجرایی و غیره به بررسی کاربردی پرداخته‌اند و هم‌چنین در بعضی موارد این منابع با هم تناقضاتی آشکار دارند.

**پرسش و فرضیه‌ی پژوهش:** با توجه به مباحث فوق‌الذکر، سؤال اصلی این پژوهش این است که، آیا می‌توان کاربردی را به‌گونه‌ای جامع و فارغ از سلیقه‌های شخصی و محلی نام‌گذاری نمود؟ و اگر فرض بر ساختار کاملاً هندسی و فرمول‌پذیر بودن کاربردی‌های ساده باشد؛ چگونه می‌توان نام‌گذاری کاربردی را بر مبنای استفاده از ریاضیات انجام داد؟

بنابراین با بررسی منابع مختلف به این نتیجه رسیدیم که نیاز به یکپارچه‌سازی و ارائه‌ی روش و زبان علمی و آکادمیک در این زمینه وجود دارد، بنابراین هدف این پژوهش ارائه‌ی روشی علمی در این زمینه است.

**روش تحقیق:** تحقیق حاضر را باید براساس هدف، تحقیقی کاربردی محسوب کرد. هم‌چنین از آنجا که این تحقیق به کمک سامانه‌های صوری-ریاضی انجام

شده و به‌میزان زیادی به گزاره‌های قاعده‌مند وابسته می‌باشد، لذا روش تحقیق این پژوهش روش تحلیل توصیفی و استدلال منطقی است. روش جمع‌آوری اطلاعات در بررسی موارد مضبوط در کتب، روش کتابخانه‌ای و در بررسی موارد غیرمضبوط روش میدانی می‌باشد.

### پیشینه‌ی تحقیق

در این پژوهش به جهت شناخت پیشینه‌ی تحقیق در زمینه‌ی کاربردی، منابعی را که به این موضوع پرداخته‌اند را مورد بررسی قرار خواهیم داد. و اعتقاد نگارندگان بر این است که تا مسأله‌ی عدم وجود اتفاق نظر در این زمینه به‌طور ملموس نشان داده نشود ضرورت پرداختن به موضوع روشن نخواهد شد.

اولین دسته از منابعی که به موضوع کاربردی پرداخته‌اند، منابعی است که توسط معماران سنتی جمع‌آوری و تألیف شده است. از جمله‌ی این منابع می‌توان به کتاب *هندسه در معماری* تألیف زهره بزرگمهری در سال ۱۳۷۱ اشاره کرد که در آن به مباحثی مثل: «تاریخچه، فواید، گونه‌شناسی و نحوه‌ی ترسیم انواع کاربردی‌ها و نیم‌کارها پرداخته است و هم‌چنین در مورد قالب شاقولی و سرسفت بودن، تعداد اضلاع، چندبه‌چند وصل کردن اضلاع و انواع زمینه‌های کاربردی صحبت کرده است.» منبع دیگری که به این موضوع پرداخته، اثر اصغر شعرباغ با عنوان: *گره و کاربردی در سال ۱۳۷۲* است که به بحث «انواع گره و ترسیم آن، انواع کاربردی (نیم‌کار) و نحوه‌ی ترسیم آن، یزدی‌بندی و مقرنس در آن پرداخته است و نیز در مورد قالب شاقولی و سرسفت بودن و زمینه‌ی کاربردی صحبت کرده است.» هم‌چنین رئیس‌زاده و مفید نیز در سال ۱۳۷۴، کتاب *احیای هنرهای از یاد رفته* را چاپ کرده‌اند و به بحث «انواع قوس و ترسیم آن، رسمی‌سازی و ترسیم آن، نیم‌کار و ترسیم آن، یزدی‌بندی، کاسه‌سازی با شمشه‌ی زیاد، مقرنس و گره‌سازی در آن پرداخته‌اند و هم‌چنین در مورد زمینه‌ی کاربردی نیز صحبت کرده‌اند.»

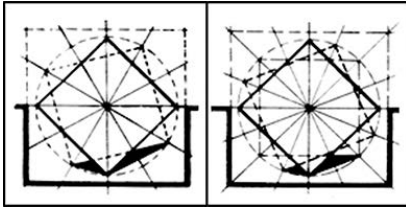
دومین دسته از منابعی که به این موضوع پرداخته‌اند، منابعی است که توسط معماران آکادمیک جمع‌آوری و تألیف شده‌اند؛ از جمله این منابع می‌توان به کتاب *خشت و خیال* اثر کامبیز نوایی و کامبیز حاجی‌قاسمی در سال ۱۳۹۰ اشاره کرد که در گفتار سوم این کتاب «به بحث هندسه‌ی کاربردی‌ها، رسمی، انواع رسمی و ترسیم آن، یزدی‌بندی و کاسه‌سازی پرداخته‌اند و هم‌چنین در مورد قالب شاقولی و سرسفت بودن، تعداد رئوس شمشه‌ی وسط (تعداد اضلاع کاربردی)، چندبه‌چند وصل کردن اضلاع و نیز انواع زمینه‌های رسمی صحبت کرده‌اند.» منبع دیگری که به موضوع کاربردی پرداخته است، مقاله‌ای است که توسط محمدیان منصور و فرامرزی در سال ۱۳۹۰، با عنوان «گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربردی در معماری ایران» چاپ شده است که به بحث «کاربردی، اجزاء کاربردی، طریقه‌ی رسم، گونه‌شناسی کاربردی و ارائه‌ی جدول هندسی/حسابی پرداخته‌اند و نیز در مورد تعداد اضلاع کاربردی، قالب شاقولی و سرسفت بودن، چندبه‌چند وصل کردن اضلاع کاربردی و زمینه‌ی کاربردی صحبت کرده‌اند.» منبع دیگر، مقاله‌ای است با عنوان «بازنگری در

مفهوم کاربردی بر مبنای هندسه نظری، عملی و نقش ساختمانی» که توسط رئیسی، بمانیان و تهرانی در سال ۱۳۹۲ منتشر شده و به مباحثی از قبیل: «بررسی دیدگاه‌های موجود (پژوهشگران داخلی و خارجی)، خاستگاه کاربردی، شناخت کاربردی، ابهام در استنباط مفهوم کاربردی، هندسه‌ی نظری و عملی کاربردی و بررسی نمونه‌ها با رویکرد گونه‌شناسانه» پرداخته‌اند. در گونه‌شناسانه‌ی ارائه شده توسط رئیسی و همکاران، علاوه بر فاکتور هندسی به فاکتور سازه‌ای نیز پرداخته شده است و بنابراین گونه‌شناسی ایشان با سایر گونه‌شناسی‌ها متفاوت است. غلامحسین معماریان و هادی صفایی پور نیز در بخش پانزدهم از جلد اول کتاب *معماری/ایرانی، نیارش* به ارائه‌ی مطالبی در خصوص عناصر کاربردی، اجزای کاربردی، انواع کاربردی، روش ترسیم استاد پیرنیا و روش ترسیم استاد شعرباغ پرداخته‌اند (معماریان و صفایی پور، ۱۳۹۱: ۳۶۳-۳۳۵). در واقع مطالب این بخش از کتاب، بیشتر بر اساس مطالبی از کتاب‌های هندسه در معماری و گره و کاربردی می‌باشد. هم‌چنین حسین زمرشیدی در فصل سوم کتاب *گنبد و عناصر طاقی/ایران* در سال ۱۳۸۹ به ارائه‌ی مطالبی در خصوص کاربردی پرداخته است که بیشتر بازگویی مطالبی از کتاب‌های هندسه در معماری، گره و کاربردی و احیای هنرهای از یاد رفته است و هم‌چنین در زمینه‌ی اجرای کاربردی نیز مطالبی ارائه شده است.

سومین دسته، منابعی است که توسط مستشرقین غربی جمع‌آوری و تألیف شده‌اند. گالدیری در کتاب *مرمت گنبد آجری* (گالدیری، ۱۳۷۸)، پاپادوپولو در کتاب *معماری اسلامی* (پاپادوپولو، ۱۳۶۸) و ویلیبر در کتاب *معماری تیموری در ایران و توران* (ویلیبر، ۱۳۶۵) نیز به‌طور پراکنده و اجمالی اشاره‌هایی به کاربردی داشته‌اند. اما از آنجا که این منابع به‌صورت تخصصی به آن پرداخته‌اند از پرداختن به آن‌ها به‌صورت جامع و تفصیلی خودداری می‌گردد.

### مبانی نظری پژوهش

در باب تعریف کاربردی، محققان تعاریف متعددی ارائه نموده‌اند؛ برخی خاورشناسان کاربردی را چونان موضوعی متمایز، ارزشمند و قابل شناخت پذیرفته‌اند. گالدیری (ایتالیایی) که نگرشی فنی به این موضوع دارد می‌نویسد: «از قرن دهم میلادی به بعد با سازه‌های گنبدی که سیستم باربری آن، کاربردی آجری با ملات گچ است، آشنا می‌شویم؛ این کاربردی‌ها معمولاً در مرکز تقاطع هستند، اما در بعضی از گونه‌ها، اجرا به نحوی است که وسط آن‌ها آزاد است. هم‌زمان با به‌کارگیری این شیوه‌ی کاربردی در ایران، در ارمنستان و اسپانیا نیز این نوع سازه با مصالح متفاوت به‌کار گرفته می‌شود» (گالدیری، ۱۳۷۸: ۷۵). پاپادوپولو (فرانسوی) هم به گنبد‌های رگه‌دار مکرر اشاره دارد. وی، بر این باور است که «شیوه‌های هندسی مربع‌های گردان (تصویر ۱) در یک دایره، نه تنها در کل یک بنا، که در سازمان عناصر معمارانه‌ی مهم [به‌ویژه «رگه‌ها»] به‌کار رفته است» (پاپادوپولو، ۱۳۶۸: ۴۵-۴۴). ویلیبر (امریکایی) شاید بیش از هر کس، در تبیین هم‌زمان هندسه و فن کاربردی، کوشید. او درباره‌ی دسته‌بندی دستگاه‌های «باربر»، «انتقالی عامل»، «انتقالی بی‌عملکرد» و پوشش‌ها در دوره‌ی



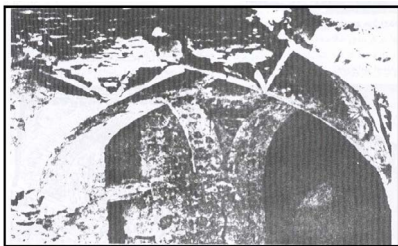
▲ تصویر ۱. شیوه مربع‌های گردان (پاپادوپولو ۱۳۶۸، ۳۱۹).

تیموری به ترتیب چهار گونه از کارهای شبیه کاربردی را شناسایی کرد: قوس‌های متقاطع، قوس‌های متکی، رسمی‌سازی و تاق متقاطع کوبی (همان: ۱۶۰-۱۵۱؛ رئیسی و همکاران، ۱۳۹۲: ۳۵).

پژوهشگران داخلی نیز در این زمینه نظرانی بیان کرده‌اند. بزرگمهری در کتاب هندسه در معماری آورده است: «کاربردی‌سازی نوعی پوشش است متشکل از لنگه‌طاق‌هایی با قوس‌های معین که تحت قواعد هندسی همدیگر را قطع و قواره اصلی پوشش را به وجود می‌آورند» (بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۱). شعرباف بیان می‌کند: «کاربردی از تقاطع چند قوس (دور) که «قالب» نامیده می‌شود به وجود می‌آید» (شعرباف، ۱۳۸۵: ۹). رئیسی زاده و مفید در کتاب *حیای هنرهای از یاد رفته* می‌نویسند: «رسمی‌سازی تکامل یافته‌ی گوشه‌سازی است که در آن با استفاده از قالب واحد، طاق‌هایی در فواصل چهار طاق اصلی قرار می‌دهند که در نتیجه مربع به هشت ضلعی تبدیل خواهد شد» (رئیسی زاده و مفید، ۱۳۷۴: ۳۳). نوایی و حاجی قاسمی بر این باورند که: «رسمی شبکه‌ای مرکزگراست که از تقاطع منظم قوس‌های هم‌اندازه‌ای که به دور مرکزی دایره‌ای دوران می‌کنند، پدید می‌آید. این قوس‌ها بر روی پایه‌های متقابل قرار می‌گیرند و به طریقی دهانه‌ی سقف را جمع می‌کنند. بر روی رؤوس آن‌ها عرقچین ساده‌ای قرار می‌گیرد که به خاطر شکل خورشیدی‌مانندش آن را شمسه می‌خوانند» (نوایی و حاجی قاسمی، ۱۳۹۰: ۹۸). در این مقاله منظور نگارندگان از «کاربردی» مطابق با تعریفی است که خانم زهره بزرگمهری به نقل از استاد پیرنیا در کتاب هندسه در معماری آورده‌اند.

### تاریخچه‌ی کاربردی

بعد از اسلام تا قرن سوم هجری قمری در بناها اثری از کاربردی یا فرمی که تشابهی با آن داشته باشد، نمی‌بینیم یا لاقلاً نمونه‌ای از آن به جای نمانده است. در قرن سوم هجری قمری در مسجد جامع شیراز (۲۶۲ ه.ق.) به نمونه‌ای برمی‌خوریم که اگرچه هنوز کاربردی نیست و بیشتر گوشه‌سازی تعبیر می‌شود (که برای زدن گنبد روی آن به وجود آمده) ولی فرم آن، شباهت کاملی به کاربردی دارد و در واقع مقدمه‌ای است برای آغاز کاربردی (تصویر ۲). نمونه‌ی کامل کاربردی را در قرن چهارم هجری قمری در گنبد مقصوره‌ی مسجد جامع نایین می‌بینیم؛ که نمونه‌ای است از کاربردی کاملاً باربر و سازنده‌ی پوشش اصلی است. از نمونه‌های کاربردی در قرن پنجم می‌توان کاربردی شبستان شرقی گنبد خواجه نظام‌الملک مسجد جامع اصفهان را نام برد. در قرن ششم زیر گنبد چهل دختران و گنبد شیخ جنید توران پشت یزد، کاربردی‌های ساده‌ای می‌بینیم. از قرن هفتم به بعد به تدریج کاربردی مستقل از اسکلت در رابطه با خلق فضای معماری به کار گرفته شد (بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۷-۵).



▲ تصویر ۲. مسجد جامع شیراز (۲۶۲ ه.ق.) (بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۵).

### گونه‌شناسی کاربردی

بر اساس مطالعات و بررسی‌های صورت گرفته در اسناد و کتب معماری، نویسندگان و محققان درباره‌ی انواع کاربردی نظرات متفاوتی را ابراز کرده‌اند؛ در این میان می‌توان

جدول ۱. گونه‌شناسی کاربردی از نظر زهره بزرگمهری در کتاب هندسه در معماری (بزرگمهری، ۱۳۸۵). ◀

کاربندی	قالب شاقولی	رسمی	ساده <sup>۲</sup>
		اختری	پیوسته یا متصل
			گسترش در زمینه‌های مختلف <sup>۳</sup>
			گسیخته
قالب سرسفت (غیر شاقولی)	ساده ۱۰-۱۲-۱۴-۱۶		

جدول ۲. گونه‌شناسی کاربردی از نظر شعرباف در کتاب گره و کاربردی (شعرباف، ۱۳۸۵). ◀

کاربندی	قالب سرسفت	یک پا
		دوپا
	قالب شاغولی	دوپا
		دوپا مشتک شکسته

جدول ۳. گونه‌شناسی نیم‌کار از نظر رئیس‌زاده و مفید در کتاب احیای هنرهای از یاد رفته (رئیس‌زاده و مفید، ۱۳۷۴). ◀

نیم‌کار	عمق $\frac{H}{2}$ = دهانه ← مربع
	عمق $\frac{H}{2}$ < دهانه ← نُقل
	عمق $\frac{H}{2}$ > دهانه
	تُکک
	دوپا

جدول ۴. گونه‌شناسی کاربردی از نظر نوایی و حاجی قاسمی در کتاب خشت و خیال (نوایی و حاجی قاسمی، ۱۳۹۰). ◀

کاربندی	قالب شاغولی	یک پا
		شمسه مماس بر زمینه
	قالب سرسفت	دوپا

جدول ۵. گونه‌شناسی کاربردی از نظر محمدیان‌منصور و فرامرزی در مقاله‌ی «گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربردی» (محمدیان‌منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰). ◀

کاربندی	ساده	رسمی (قالب شاقولی)	منفرد یک پا
		سر سفت (قالب غیر شاقولی)	منفرد دوپا
			مرکب
			خاص
	غیر ساده	کاربندی پرور	
		کاربندی سوار	
		کاربندی دو چفدی	
		کاربندی گسترش	
		کاربندی درون زا	

جدول ۶. گونه‌شناسی کاربردی از نظر رئیسی و همکاران در مقاله‌ی «بازنگری در مفهوم کاربردی، بر مبنای هندسه نظری، عملی و نقش ساختمانی» (رئیسی و همکاران، ۱۳۹۲). ◀

نقش ساختمانی	هندسه وتری	شبهه باریکه طاق متقاطع	نام (پیشنهادی/موجود)
۱ ناآمود	-	-	نمونه‌های اولیه
۲ ناآمود	-	*	کاربندی اولیه
۳ ناآمود	*	-	شبهه کاربردی
۴ ناآمود	*	*	کاربندی (دستوری وتری)
۵ آمود	*	*	رسمی بندی (دستوری وتری)
۶ آمود	*	-÷	رسمی بندی بدون باریکه طاق
۷ آمود	-	*	رسمی بندی قالب سرسفت
۸ آمود	-	-	رسمی سرسفت بدون باریکه، شبهه رسمی بندی

به گونه‌شناسی زهره بزرگمهری در کتاب *هندسه در معماری* (بزرگمهری، ۱۳۸۵)، گونه‌شناسی شعرباف در کتاب *گره و کاربردی* (شعرباف، ۱۳۸۵)، گونه‌شناسی رئیس‌زاده و مفید در کتاب *احیای هنرهای از یاد رفته* (رئیس‌زاده و مفید، ۱۳۷۴) گونه‌شناسی، نوایی و حاجی قاسمی در کتاب *خشت و خیال* (نوایی و حاجی قاسمی، ۱۳۹۰)، گونه‌شناسی محمدیان منصور و فرامرزی در مقاله‌ی «گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربردی» (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰) و گونه‌شناسی رئیسی، بمانیان و تهرانی در مقاله‌ی «بازنگری در مفهوم کاربردی، برمبنای هندسه‌ی نظری، عملی و نقش ساختمانی» (رئسی و همکاران، ۱۳۹۲) اشاره کرد.

همان‌طورکه از جداول صفحه ۲۰۶ این مقاله برمی‌آید وجود نام‌گذاری‌ها و گونه‌شناسی‌های متعدد و متفاوت، پرداختن به مسأله‌ی نام‌گذاری جامع و فارغ از سلیقه‌های شخصی و محلی را به خوبی تبیین می‌نماید. اما به هر حال جهت پرداختن به موضوع نام‌گذاری، نیاز به مرجع قراردادن یکی از انواع گونه‌شناسی‌ها وجود دارد. بررسی انواع گونه‌شناسی‌های مطرح شده، نگارندگان را به این نتیجه رساند که به دلیل جامعیت بیشتر در طبقه‌بندی گونه‌ها، مقاله‌ی «گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربردی» (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰) مناسب‌ترین گونه‌شناسی را در جهت فرمول‌نویسی در اختیار پژوهش حاضر قرار می‌دهد.

### ترسیم کاربردی

به طور کلی تاکنون دو روش عمده برای ترسیم کاربردی ذکر شده است که عبارتند از: روش استاد پیرنیا (به نقل از زهره بزرگمهری) در کتاب *هندسه در معماری* (بزرگمهری، ۱۳۸۵) و روش استاد شعرباف در کتاب *گره و کاربردی* (شعرباف، ۱۳۸۵).

۱. **روش استاد پیرنیا:** روش ترسیم ارائه شده در کتاب *هندسه در معماری* (بزرگمهری، ۱۳۸۵) به صورت بسیار خلاصه به قرار ذیل می‌باشد:
  - رسم دایره: در این روش ابتدا باید دایره‌ی محیطی زمینه را ترسیم نماییم.
  - تقسیم دایره: با توجه به این که کاربردی مورد نظر چند ضلعی است، دایره را به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم.
  - اتصال نقاط تقسیم: تقسیمات حاصل شده در مرحله‌ی قبل را به صورت یک‌به‌یک، دوبه‌دو، سه‌به‌سه و... به هم متصل می‌نماییم.
  - انتخاب زمینه: بخشی از تقسیمات انجام شده را به عنوان زمینه‌ی کاربردی انتخاب می‌نماییم.

این روش، به روش «وتری» مرسوم است. روش وتری بیشتر برای رسم کاربردی روی کاغذ مناسب است، چراکه برای رسم کاربردی در موقع اجرا بر روی زمین معمولاً امکان رسم دایره‌ی محیطی کاربردی وجود ندارد. نمونه‌های زیادی از تقسیمات به این روش در کتاب *هندسه در معماری* ارائه شده (بزرگمهری، ۱۳۸۵: ۹۸ - ۱۹) که به جهت رعایت اجمال از ارائه‌ی آن‌ها اجتناب می‌گردد.

۲. **روش استاد شعرباف:** در روش استاد شعرباف، اساس ترسیم برمبنای نقطه‌یابی است و بیشتر برای ترسیم کاربردی بر روی زمین در هنگام اجرای کاربردی

کاربرد دارد. روش ترسیم برای هر نوع از کاربردی با دیگری متفاوت است. نمونه‌های متعددی از ترسیمات به این روش در کتاب‌گره و کاربردی ارائه شده (شعرباف، ۱۳۸۵: ۱۱۹ - ۷۶) که به جهت رعایت اجمال از ارائه‌ی آن‌ها اجتناب می‌گردد.

### فرمول نویسی انواع کاربردی ساده

در این مقاله مبنای ارائه‌ی فرمول، براساس روش ترسیم استاد پیرنیا تدوین شده و در زمینه‌ی گونه‌شناسی نیز، به جدول گونه‌شناسی انواع کاربردی در مقاله‌ی «گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربردی در معماری ایران» (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰) ارجاع شده است.

براساس مطالعات و بررسی‌های صورت گرفته در اسناد و کتب معماری، کاربردی به دو شاخه‌ی ساده و غیرساده قابل تقسیم است (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۹۹). در این مقاله به ارائه‌ی فرمول ریاضیاتی برای انواع کاربردی ساده می‌پردازیم. کاربردی ساده از دَوران تنها یک نوع تیرطاق حول محیط دایره ایجاد می‌شود. (همان).

جدول ۷. گونه‌شناسی کاربردی (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۷). ◀

		منفرد یک پا <sup>۴</sup>	رسمی (قالب شاقولی)	ساده	کاربردی
		منفرد دو پا <sup>۵</sup>			
		مرکب <sup>۶</sup>			
		خاص <sup>۷</sup>			
		سر سفت (قالب غیر شاقولی) <sup>۸</sup>			
		کاربردی پیروز <sup>۹</sup>		غیر ساده	
		کاربردی سوار			
		کاربردی دو چفدی			
		کاربردی گسترش <sup>۱۰</sup>			
		کاربردی درون زا <sup>۱۱</sup>			

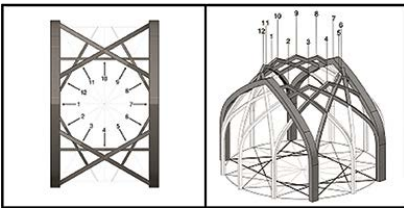


### معرفی فاکتورهای مؤثر در فرمول نویسی کاربردی

قبل از معرفی فاکتورهای مؤثر در فرمول نویسی کاربردی باید گفت، اصولاً فرمول نویسی در دو حالت ذیل مورد استفاده قرار می‌گیرد؛  
اول: تشخیص فرمول زمانی که نقشه‌های کاربردی وجود دارد.  
دوم: تشخیص فرمول در یک کاربردی اجرا شده (در محل یا از روی تصویر کاربردی).  
روش شناخت فاکتورها در این دو حالت تفاوت‌هایی دارد که در ادامه مطرح خواهد شد.

### فاکتور n (اضلاع کاربردی)

تعداد تیرطاق‌های تشکیل دهنده‌ی کاربردی را «اضلاع کاربردی» می‌گویند. در تصویر ۳، تیرطاق‌های تشکیل دهنده‌ی کاربردی، ۱۲ عدد است؛ بنابراین به آن «کاربردی ۱۲» گفته می‌شود. این ویژگی اصلی‌ترین پارامترشناسایی کاربردی است که به تعداد تیرطاق‌های مورد استفاده برای طراحی کاربردی اشاره دارد.



▲ تصویر ۳. تشخیص n (اضلاع کاربردی) از روی نقشه، کاربردی ۱۲ (ترسیم: محمدیان منصور و فرامرزی ۱۳۹۰، ۹۹؛ ترسیم: نگارندگان، ۱۳۹۶).

**تشخیص n زمانی که نقشه‌های کاربردی وجود دارد:** تعداد اضلاع کاربردی را می‌توان به راحتی با نگاه کردن به شمشه‌ی کاربردی تشخیص داد (تصویر ۳). اکثر منابعی که مورد مطالعه قرار گرفته شده، موافق این هستند که مهم‌ترین خصیصه‌ی یک کاربردی که در تعیین نام‌گذاری آن استفاده می‌شود، تعداد اضلاع شمشه‌ی آن است. البته باید اشاره کرد که شکل شمشه‌ی کامل برای تعیین تعداد اضلاع در نظر گرفته می‌شود؛ به عنوان مثال، در ایوان‌هایی که در آن‌ها شمشه‌ی نصفه (نیم‌کار) است، شکل کامل شمشه باید پایه‌ی شمارش قرار گیرد.

**تشخیص n در یک کاربردی اجرا شده:** در این حالت مطابق تصویر ۴، محل‌های مشخص شده، یعنی تیزه‌ی قوس تیرطاق‌ها در شمشه‌ی کامل را شمارش می‌کنیم، عدد به دست آمده تعداد اضلاع کاربردی است.



▲ تصویر ۴. تشخیص n (اضلاع کاربردی) در یک کاربردی اجرا شده، کاربردی ۱۲ (اصفهان، کاخ چهلستون؛ نگارندگان، ۱۳۹۶).

### فاکتور d (فواصل اتصال اضلاع و چندبه‌چند وصل کردن)

همان‌طور که در مبحث روش ترسیم کاربردی گفته شد مبنای طرح کاربردی، تقسیم دایره به قسمت‌های مساوی و ترسیم وترهای مساوی در میان تقسیمات می‌باشد؛ به عنوان مثال، اگر دایره‌ای را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم و بعد نقاط تقسیم را یک، دو، سه یا چهار در میان به یکدیگر متصل کنیم چند نوع کاربردی متفاوت n ضلعی خواهیم داشت. این چندبه‌چند وصل کردن نقاط تقسیم را «فاکتور d» می‌گوییم.

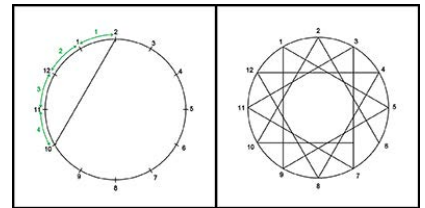
**تشخیص d زمانی که نقشه‌های کاربردی وجود دارد:** در این حالت مطابق تصویر ۵، تعداد قطاع‌های روبه‌روی یک تیرطاق برابر با مقدار d می‌باشد؛ به طور مثال، در

تصویر ۵ تیرطاق شماره‌ی ۱۰-۲ را در نظر می‌گیریم، چون چهار قطاع از دایره‌ی محیطی روبه‌روی این تیرطاق قرار دارد، پس در این کاربردی:

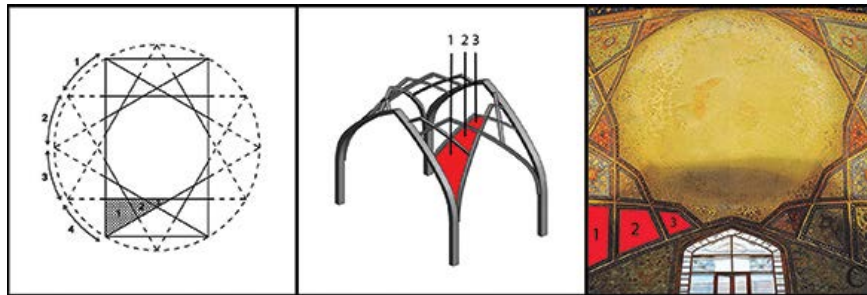
$$d = 4$$

**تشخیص d در یک کاربردی اجرا شده:** برای به دست آوردن فواصل اتصال (d) در یک کاربردی اجرا شده، از یکی از آلت‌های پا باریک شروع به شمارش تعداد آلت‌های کاربردی می‌کنیم که با این آلت پا باریک یک تویزه مشترک دارند تا به شمسه برسیم. تعداد این آلت‌ها به اضافه‌ی یک، فواصل اتصال یا همان d را به ما می‌دهد (تصویر ۶). البته لازم به ذکر است که این روش فقط در کاربردی‌هایی که کامل هستند و حذف شاپرکی ندارند قابل استفاده است. در تصویر ۶، d برابر است با:

$$d = 3 + 1 = 4$$



▲ تصویر ۵. نحوه‌ی تشخیص d (فواصل اتصال) از روی نقشه کاربردی، کاربردی دوازده، چهاربه‌چهار (نگارندگان، ۱۳۹۶).



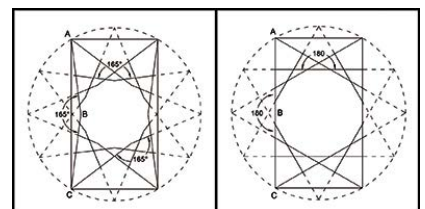
تصویر ۶. نحوه‌ی تشخیص d (فواصل اتصال) در یک کاربردی اجرا شده، کاربردی دوازده، چهاربه‌چهار (اصفهان، کاخ چهلستون؛ نگارندگان، ۱۳۹۶). ◀

### فاکتور $\theta$ (زاویه‌ی تیرطاق، شاقولی یا غیرشاقولی بودن)

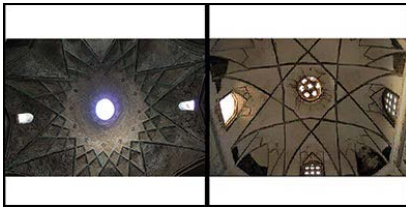
زمانی که هر دو نیمه‌ی تیرطاق سازنده‌ی کاربردی، بر یک صفحه و در امتداد هم واقع باشند، کاربردی تشکیل شده از این تیرطاق را، «رسمی (قالب شاقولی)» می‌گویند و چنانچه دو نیمه‌ی تیرطاق بر یک صفحه واقع نباشند کاربردی تشکیل شده از این تیرطاق را «سرسفت (قالب غیرشاقولی)» می‌گویند. در نوع سرسفت، طراح می‌تواند اندازه‌ی شمسه را کاهش دهد و این کاهش بستگی به زاویه‌ی بین دو نیمه‌ی تیرطاق دارد.

**تشخیص  $\theta$  زمانی که نقشه‌های کاربردی وجود دارد:** در نقشه‌ی افقی (پلان) کاربردی اگر زاویه بین دو نیمه‌ی تیرطاق  $180^\circ$  درجه باشد، پس کاربردی از نوع شاقولی است و عدد  $180^\circ$  در فرمول استفاده می‌شود و اگر زاویه بین دو نیمه‌ی تیرطاق کوچکتر از  $180^\circ$  درجه باشد، کاربردی از نوع سرسفت (قالب غیرشاقولی) است و آن عدد دقیق و یا عبارت « $<180^\circ$ » (کوچکتر از  $180^\circ$ ) استفاده خواهد شد.

در تصویر ۷، اگر A و B و C در یک امتداد باشند، کاربردی قالب شاقولی است و  $\theta = 180^\circ$  در غیر این صورت یعنی اگر A و B و C در یک امتداد نباشند، کاربردی سرسفت (قالب غیرشاقولی) است و زاویه تیرطاق ABC به عنوان  $\theta$  در فرمول آورده می‌شود. **تشخیص  $\theta$  در یک کاربردی اجرا شده:** تشخیص زاویه‌ی  $\theta$  در محل یا از روی



▲ تصویر ۷. تشخیص  $\theta$  (زاویه‌ی تیرطاق) از روی نقشه کاربردی، کاربردی ۱۲/۴ (نگارندگان، ۱۳۹۶).



▲ تصویر ۸. تشخیص  $\theta$  (زاویه‌ی تیرطاق) در یک کاربردی اجرا شده ( $\theta < 180$ ) - کاربردی سرسفت (قالب غیرشاقولی)، همدان، کاروانسرای گلشن، هشتی ورودی (نگارندگان، ۱۳۹۶).

▲ تصویر ۹. تشخیص  $\theta$  (زاویه‌ی تیرطاق) در یک کاربردی اجرا شده ( $\theta = 180$ )، کاربردی قالب شاقولی، قم، کهنک، خانه‌ی ملاصدرا (نگارندگان، ۱۳۹۶).

تصویر نیاز به قدری مهارت دارد، مطابق تصویر ۸ زمانی که در زیر کاربردی می‌ایستیم، چنانچه کل مسیر یک تیرطاق - که با چشم قابل تعقیب کردن است - روی یک صفحه واقع باشد این زاویه ۱۸۰ درجه است. اما اگر با چشم مسیر حرکت تیرطاق را دنبال کنیم و متوجه شویم که در مسیر حرکت آن شکستی اتفاق افتاده است (تصویر ۹)؛ در این حالت زاویه‌ی  $\theta$  کمتر از ۱۸۰ خواهد بود اما مقدار دقیق آن در محل یا از روی تصویر قابل تشخیص دقیق نیست و برای تعیین مقدار دقیق  $\theta$  نیاز به برداشت دقیق خواهد بود. در این حالت مقدار  $\theta$  را به صورت ذیل نمایش می‌دهیم:

$$\theta < 180$$

### فاکتور زمینه ( $C1, C2, \dots, Cm$ )

پس از رسم دایره‌ی محیطی کاربردی و تقسیم آن به  $n$  قسمت مساوی و اتصال تقسیمات (d)، شبکه‌ی کاربردی ترسیم می‌شود. اما معمولاً تمام پایه‌های ترسیم شده حفظ نمی‌شوند و می‌توان بر حسب شکل زمینه، بعضی از پایه‌ها را حذف کرد. منظور ما در این مقاله از فاکتور زمینه، ارائه‌ی روشی برای بیان تعداد پایه‌های نگه‌داشته شده است.

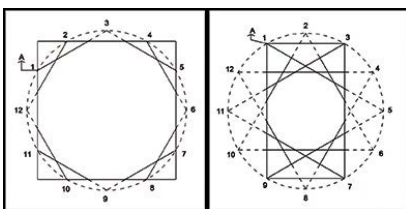
### تشخیص فاکتور زمینه ( $C1, C2, \dots, Cm$ ) زمانی که نقشه‌های کاربردی وجود دارد:

این فاکتور با رسم کامل کاربردی و زمینه‌ی آن روی کاغذ و یا با نرم افزارهای نقشه‌کشی مثل اتوکد معلوم می‌شود و منظور از ( $C1, C2, \dots, Cm$ ) همان پایه‌های کاربردی روی زمین است، که تعداد آن‌ها بستگی به نوع کاربردی و زمینه‌ی آن دارد؛ به طور مثال، برای کاربردی یک پا، چهار پایه ( $C1, C2, C3, C4$ ) داریم. برای این کار بعد از کشیدن نقشه‌ی کاربردی شروع به شماره‌گذاری محل تلاقی اضلاع کاربردی با دایره‌ی محیطی زمینه می‌کنیم. این شماره‌گذاری را از عدد ۱ و به صورت ساعت‌گرد از یکی از پایه‌های اجرا شده در کاربردی شروع می‌کنیم؛ به طور مثال، در تصویر ۱۱ از نقطه‌ی A شروع به شماره‌گذاری کرده و در انتها اعداد متناظر با آلت‌های پایریک به ترتیب از ۱ نوشته می‌شوند که در تصویر ۱۱ عبارت است از ۱، ۳، ۷، ۹ و در مثالی دیگر از یک کاربردی دو پا، در تصویر ۱۰ از نقطه‌ی A شروع به شماره‌گذاری کرده و در انتها اعداد متناظر با آلت‌های پایریک به ترتیب از ۱ نوشته می‌شوند که در تصویر ۱۰ عبارت است از: ۱، ۲، ۴، ۵، ۷، ۸، ۱۰، ۱۱.

### تشخیص فاکتور زمینه ( $C1, C2, \dots, Cm$ ) در یک کاربردی اجرا شده:

تشخیص فاکتور زمینه ( $C1, C2, \dots, Cm$ ) از تصویر یا در محل به تنهایی امکان پذیر نیست، بلکه ابتدا باید مقدار  $n$  و  $d$  را به دست آوریم و زمینه‌ی کامل کاربردی را ترسیم نماییم و به کمک انطباق نقشه‌ی ترسیم شده با شرایط کاربردی در محل، زمینه را مطابق حالت اول تشخیص دهیم؛ برای مثال، در تصویر ۱۲ تشخیص فاکتور زمینه ( $C1, C2, \dots, Cm$ ) به تنهایی از روی تصویر امکان پذیر نیست.

پس برای تشخیص فاکتور زمینه ( $C1, C2, \dots, Cm$ )، به ترتیب ذیل عمل می‌کنیم: با توجه به مطالب پیشین و تصویر ۱۳، با شمارش اضلاع شمشه، مقدار  $n$  را به دست می‌آوریم (از روی این تصویر به دلیل این که شمشه، کاملاً در تصویر مشخص



▲ تصویر ۱۰. تشخیص فاکتور زمینه از روی نقشه‌ی کاربردی، کاربردی ۱۲/۲، کاربردی دو پا (۱، ۲، ۴، ۵، ۷، ۸، ۱۰، ۱۱). C (نگارندگان، ۱۳۹۶).

▲ تصویر ۱۱. تشخیص فاکتور زمینه از روی نقشه‌ی کاربردی، کاربردی ۱۲/۴، کاربردی یک پا (۱، ۳، ۷، ۹). C (نگارندگان، ۱۳۹۶).

نیست، قدری کار دشواری است؛ ولی تشخیص  $n$  در محل به وسیله ی شمارش اضلاع شمسه کار بسیار راحتی است):

$$n = 12$$

و با توجه به آنچه گفته شد، مقدار  $d$  را حساب می‌کنیم:

$$d = 1 + 1 = 2$$

حال با داشتن مقدار  $n$  و  $d$ ، شروع به ترسیم نقشه ی کاربندی روی کاغذ و یا به وسیله نرم افزارهای نقشه‌کشی موجود می‌کنیم و با انطباق نقشه ی ترسیم شده با شرایط کاربندی در محل و با کمک آنچه که در مباحث پیشین گفته شد، فاکتور زمینه  $(C_1, C_2, \dots, C_m)$ ، را به دست می‌آوریم. پس با توجه به تصویر ۱۴ داریم:

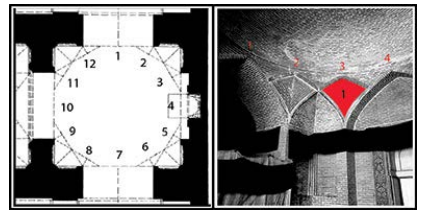
$$\text{فاکتور زمینه} = (1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11)$$



▲ تصویر ۱۲. مسجد جامع شهرکرد (حاجی قاسمی ۱۳۷۵ ج. ۸: ۲۲).

### فرمول نویسی انواع کاربندی ساده

براساس جدول شماره ۷ این مقاله، کاربندی به دو گونه ی ساده و غیرساده تقسیم می‌شود؛ همان طورکه از جدول مشخص است، کاربندی‌های غیرساده توسعه و بسط انواع کاربندی‌های ساده می‌باشند؛ لذا برای ورود به بحث تحلیل ریاضیاتی کاربندی، پایه و اساس کار، کاربندی‌های ساده می‌باشد. در این پژوهش نیز موضوع اصلی، تحلیل ریاضیاتی کاربندی‌های ساده بوده و بحث پیرامون کاربندی‌های غیرساده خود نیاز به مبحث جداگانه و مفصلی دارد.

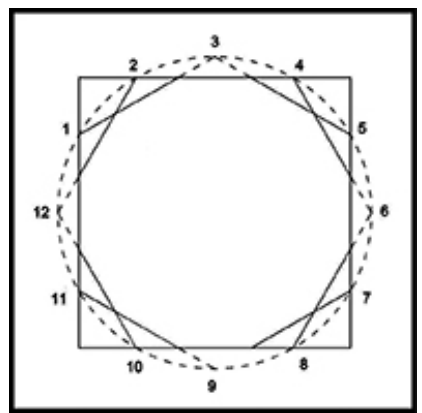


▲ تصویر ۱۳. مسجد جامع شهرکرد، تشخیص  $n$  و  $d$  در یک کاربندی اجرا شده  $(n=12)$ ،  $(d=2)$  (حاجی قاسمی، ۱۳۷۵ ج. ۸: ۲۲ و ۲۴).

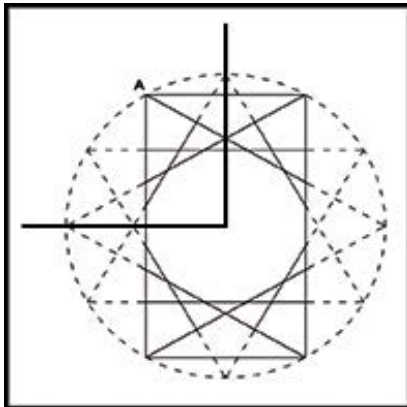
### فرمول نویسی کاربندی رسمی (قالب شاقولی)

همان طورکه در جدول شماره ۷ این مقاله آورده شده است، کاربندی ساده به دو بخش رسمی (قالب شاقولی) و سرسفت (قالب غیرشاقولی) تقسیم می‌شود. براساس این جدول، خود کاربندی‌های قالب شاقولی نیز به ۴ دسته ی منفرد یک پا، منفرد دو پا، مرکب و خاص تقسیم می‌شود که در ادامه به تحلیل ریاضیاتی هریک می‌پردازیم.

**فرمول نویسی کاربندی رسمی منفرد یک پا:** زمانی که کاربندی رسمی (قالب شاقولی) دارای حداقل دو تیرطاق دو پا بر زمین موازی با یکدیگر باشد و در زمینه ی مستطیل یا مربع قرار گیرد کاربندی حاصله را «کاربندی رسمی منفرد یک پا» می‌نامیم (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۹۹). لازم به ذکر است که در این کاربندی در ربع پلان دایره ی محیطی فقط یک عضو باربر وجود دارد و به همین جهت است که «یک پا» نامیده شده است، مانند نقطه ی  $A$  در تصویر ۱۵. برای فرمول نویسی این نوع کاربندی فاکتورهای به دست آمده در نوشتار فوق را



▲ تصویر ۱۴. تشخیص فاکتور زمینه از روی نقشه ی کاربندی، کاربندی ۱۲  $(1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11)$ ، (نگارندگان، ۱۳۹۶).



▲ تصویر ۱۵. کاربردی یک پا (نگارندگان، ۱۳۹۶).

به صورت زیر کنار یکدیگر می‌نویسیم:

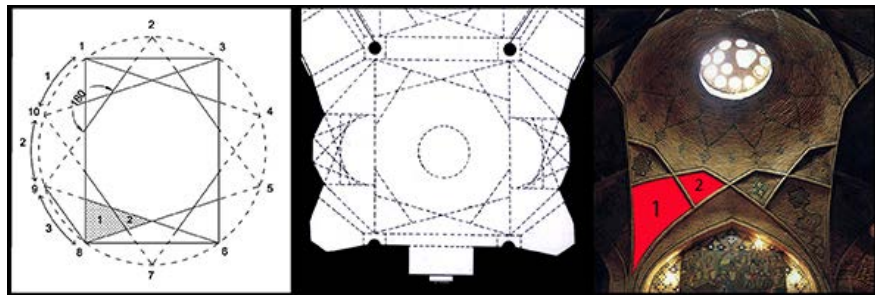
$$\theta, (n, d), (C1, C2, C3, C4)$$

$$\theta = 180, \quad n = 2k, \quad k \in \mathbb{N} - 1, \quad \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor \leq d < \frac{n}{2}$$

به عنوان مثال، در این بخش کاربردی رسمی منفرد یک پا در سربینه‌ی حمام وکیل کرمان که در زمینه‌ی مستطیل اجرا شده است را مطالعه می‌کنیم: (لازم به ذکر است که فضای سربینه‌ی حمام وکیل کرمان شامل یک کاربردی رسمی مرکب در وسط و دو کاربردی رسمی منفرد یک پا در طرفین آن می‌باشد).

با شمارش اضلاع شمسه  $n$  به دست می‌آید که در اینجا  $n=10$  و سپس با روش توضیح داده شده‌ی پیشین، فواصل اتصال را به دست می‌آوریم که می‌شود:

$$d = 2 + 1 = 3$$



► تصویر ۱۶. کاربردی رسمی منفرد یک پا، سربینه‌ی حمام وکیل کرمان (حاجی قاسمی، ۱۳۷۵ ج. ۱۸: ۱۲۵ و ۱۲۴؛ ترسیم: نگارندگان، ۱۳۹۶).

و یا این که از روی پلان کاربردی تعداد قطاع‌های روبه‌روی یک تیرطاق را می‌شماریم که با توجه به تصویر ۱۶:  $d=3$  و پس از شماره‌گذاری محل تلاقی اضلاع با دایره‌ی محیطی زمینه، طبق مباحث پیشین شماره‌های مربوط به پایه‌های کاربردی را به دست می‌آوریم و تمامی اعداد به دست آمده را به صورت ذیل کنار هم می‌نویسیم:

$$180, (10, 3), (1, 3, 6, 8)$$

**فرمول نویسی کاربردی رسمی منفرد دو پا:** در کاربردی رسمی (قالب شاقولی) زمانی که کاربردی دارای حداقل چهار تیرطاق دو پا بر زمین (دوبه‌دو موازی) در زمینه‌ی مربع و ندرتاً هشت ضلعی قرار گیرد و هم‌چنین دایره‌ی پاتاق مرکزی در بزرگترین حالت خود - یعنی مماس با اضلاع زمینه باشد - کاربردی حاصله را «کاربردی رسمی منفرد دو پا» می‌نامیم (محمدیان منصور و فرامرزی ۱۳۹۰، ۱۰۰). لازم به ذکر است واژه‌ی «دو پا» که در عنوان این کاربردی به کار رفته است، بدین معناست که در ربع پلان کاربردی دو عضو برابر وجود دارد؛ مانند نقاط A و B در تصویر ۱۷.

برای فرمول نویسی این نوع کاربندی فاکتورهای به دست آمده از مباحث پیشین را به صورت زیر کنار یکدیگر می‌نویسیم:

$$\theta, (n, d), (C1, C2, \dots, C8)$$

$$\theta = 180, n = 4k, k \in \mathbb{N} - (1, 2), 2 \leq d < \frac{n}{4}$$

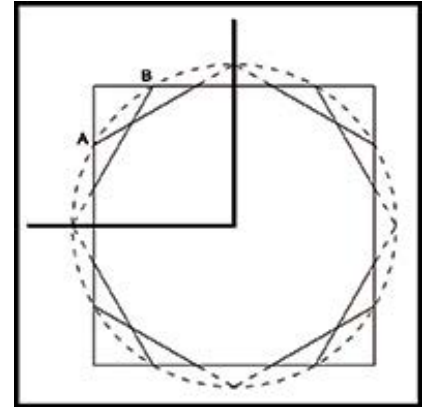
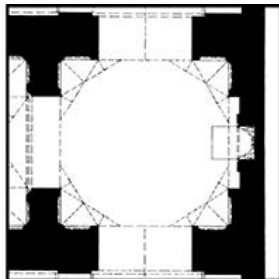
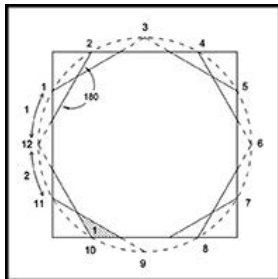
به عنوان مثال، در این بخش کاربندی رسمی منفرد دوپا در مسجد جامع شهرکرد که در زمینه‌ی مربع اجرا شده است را مطالعه می‌کنیم:

با شمارش اضلاع شمسه  $n$  به دست می‌آید که در اینجا  $n=12$  و سپس با روش توضیح داده شده در مباحث پیشین، فواصل اتصال را به دست می‌آوریم که می‌شود:

$$d = 1 + 1 = 2$$

و یا این که از روی پلان کاربندی تعداد قطاع‌های روبه‌روی یک تیرطاق را می‌شماریم که با توجه به تصویر ۱۸:  $d = 2$  و پس از شماره‌گذاری محل تلاقی اضلاع با دایره‌ی محیطی زمینه، طبق مباحث پیشین شماره‌های مربوط به پایه‌های کاربندی را به دست می‌آوریم و تمامی اعداد به دست آمده را به صورت زیر کنار هم می‌نویسیم:

$$180, (12, 2), (1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11)$$



▲ تصویر ۱۷. کاربندی رسمی منفرد دوپا (نگارندگان، ۱۳۹۶).

تصویر ۱۸. کاربندی رسمی منفرد دوپا، مسجد جامع شهرکرد (حاجی قاسمی، ۱۳۷۵، ج ۸: ۲۲ و ۲۴؛ ترسیم: نگارندگان، ۱۳۹۶).

### فرمول نویسی کاربندی رسمی مرکب

از ترکیب دو یا چند کاربندی رسمی منفرد یک پا، کاربندی رسمی مرکب ایجاد می‌شود. می‌توان گفت کاربندی رسمی مرکب بعد از کاربندی رسمی منفرد یک پا بیشترین فراوانی را در بین انواع گونه‌های کاربندی دار است. کاربندی‌های رسمی مرکب در بیشتر اقسامشان مانند کاربندی رسمی منفرد دو پا در ربع پلان خود دارای دو پا می‌باشند، اما تمایز اصلی این گونه با کاربندی رسمی منفرد دوپا، این است که، در کاربندی رسمی مرکب، دایره‌ی پطاق مرکزی بر اضلاع زمینه مماس نیست؛ اما در کاربندی رسمی منفرد دوپا دایره‌ی پطاق مرکزی بر اضلاع زمینه مماس می‌باشد (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۳).

برای فرمول نویسی این نوع کاربندی فاکتورهای به دست آمده از مباحث پیشین را به صورت زیر کنار یکدیگر می‌نویسیم:

$$\theta, (n, d), (C1, C2, \dots, Cm)$$

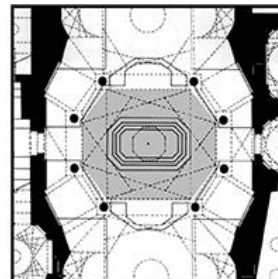
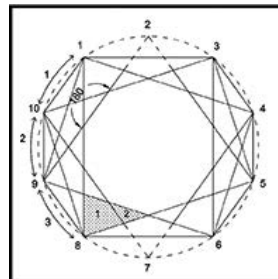
$$\theta = 180, n = 2k, k \in N - (1,2,3), \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor \leq d < \frac{n}{2}, 4 < m \leq n$$

به‌عنوان مثال، در این بخش کاربردی رسمی مرکب در سرپینه‌ی حمام وکیل کرمان که نوع زمینه آن هشت ضلعی خاص است را مطالعه می‌کنیم:  
با شمارش اضلاع شمسه  $n$  به‌دست می‌آید که در اینجا  $n=10$  و سپس با روش توضیح داده شده در مباحث پیشین، فواصل اتصال را به‌دست می‌آوریم که می‌شود:

$$d = 2 + 1 = 3$$

و یا این‌که از روی پلان کاربردی تعداد قطاع‌های روبه‌روی یک تیرطاق را می‌شماریم که با توجه به تصویر ۱۹:  $d = 3$  و پس از شماره‌گذاری محل تلاقی اضلاع با دایره‌ی محیطی زمینه، طبق مباحث پیشین شماره‌های مربوط به پایه‌های کاربردی را به‌دست می‌آوریم و تمامی اعداد به‌دست آمده را به‌صورت زیر کنار هم می‌نویسیم:

$$180, (10, 3), (1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10)$$



► تصویر ۱۹. کاربردی رسمی مرکب، سرپینه‌ی حمام وکیل کرمان (حاجی‌قاسمی، ۱۳۷۵ ج. ۱۸: ۱۲۵ و ۱۲۴؛ نگارندگان، ۱۳۹۶).

### فرمول نویسی کاربردی خاص

چنانچه کاربردی دارای حداقل دو تیرطاق دو پا بر زمین باشد و در زمینه‌ای غیر از مربع یا مستطیل قرار گیرد، کاربردی حاصله را «کاربندی رسمی خاص» نامیده‌ایم (محمدیان‌منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۴). برای فرمول‌نویسی این نوع کاربردی فاکتورهای به‌دست آمده از مباحث پیشین را به‌صورت زیر کنار یکدیگر می‌نویسیم:

$$\theta, (n, d), (C1, C2, \dots, Cm)$$

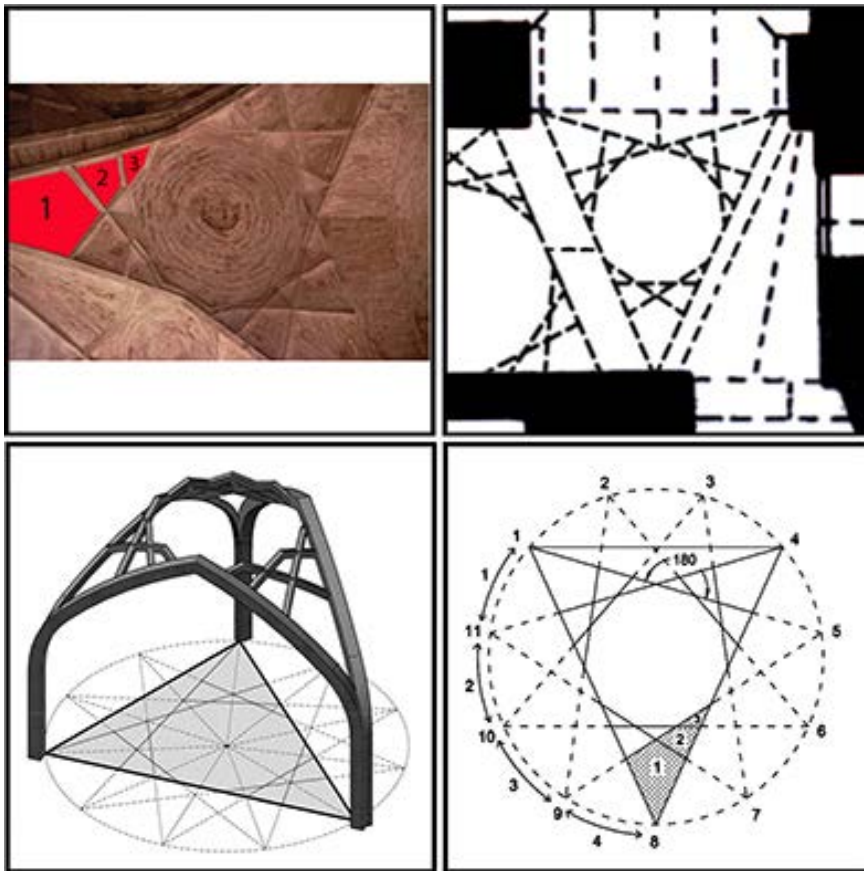
$$\theta = 180, n \in N - (1,2,3,4), 1 \leq d < \frac{n}{2}, 3 \leq m \leq n$$

به‌عنوان مثال، در این بخش کاربردی رسمی خاص در دالان ورودی مسجد جامع اردستان که نوع زمینه‌ی آن مثلث است (تصویر ۲۰) را مطالعه می‌کنیم:  
با شمارش اضلاع شمسه  $n$  به‌دست می‌آید که در اینجا  $n=11$  و سپس با روش توضیح داده شده در مباحث پیشین، فواصل اتصال را به‌دست می‌آوریم که می‌شود:

$$d = 3 + 1 = 4$$

و یا این‌که از روی پلان کاربردی تعداد قطاع‌های روبه‌روی یک تیرطاق را می‌شماریم که با توجه به تصویر ۲۰:  $d = 4$  و پس از شماره‌گذاری محل تلاقی اضلاع با دایره‌ی محیطی زمینه، طبق مباحث پیشین شماره‌های مربوط به پایه‌های کاربردی را به دست می‌آوریم و تمامی اعداد به دست آمده را به صورت زیر کنار هم می‌نویسیم:

$$180, (11, 4), (1, 4, 8)$$



تصویر ۲۰. کاربردی رسمی خاص، دالان ورودی مسجد جامع اردستان (حاجی قاسمی، ۱۳۷۵: ج. ۷: ۳۶؛ نگارندگان، ۱۳۹۶؛ پایین، ترسیم: محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۴).

### فرمول نویسی کاربردی سرسفت (قالب غیرشاقولی)

فرمول نویسی کاربردی‌های سرسفت نیز مانند کاربردی‌های قالب شاقولی است، با این تفاوت که در ابتدای فرمول فاکتور  $\theta$  (زاویه‌ی بین دو نیمه تیرطاق) آورده می‌شود، پس فرمول این نوع کاربردی عبارت است از:

$$\theta, (n, d), (C1, C2, \dots, Cm)$$

$$\theta < 180, \quad n \in N - (1, 2, 3), \quad 1 \leq d < \frac{n}{2}, \quad 4 \leq m \leq n$$



به‌عنوان مثال، در این بخش کاربردی سرفست (قالب غیرشاقولی) در ایوان شرقی و غربی مسجد جامع زنجان را که در زمینه‌ی مستطیل اجرا شده است را مطالعه می‌کنیم:

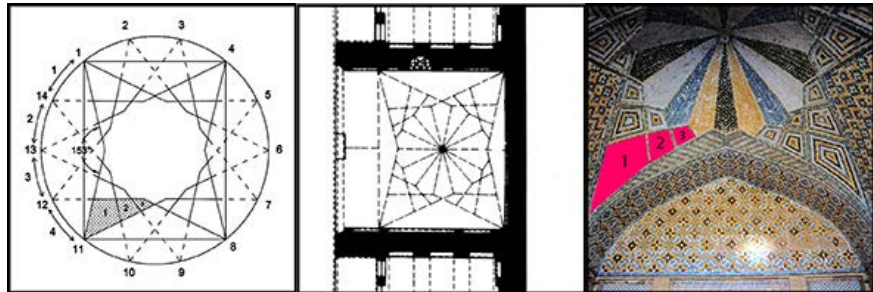
در ابتدا یک تیرطاق را بررسی می‌کنیم تا ببینیم که هر دو نیمه‌ی آن در یک صفحه قرار دارد یا نه، در صورتی‌که در یک صفحه قرار نداشت، کاربردی سرفست است و از روی تصویر افقی آن زاویه‌ی دقیق بین دو نیمه‌ی آن را به دست می‌آوریم و یا از عبارت « $180^\circ$ » استفاده می‌کنیم که در این مثال (تصویر ۲۱)  $\theta = 153^\circ$ . در قدم بعدی با شمارش اضلاع شمسه  $n$  به دست می‌آید که در اینجا  $n = 14$  و سپس با روش توضیح داده شده در مباحث پیشین، فواصل اتصال را به دست می‌آوریم که می‌شود:

$$d = 3 + 1 = 4$$

و یا این‌که از روی پلان کاربردی تعداد قطاع‌های روبه‌روی یک تیرطاق را می‌شماریم که با توجه به تصویر ۲۱:  $d = 4$  و پس از شماره‌گذاری محل تلاقی اضلاع با دایره‌ی محیطی زمینه، طبق مباحث پیشین شماره‌های مربوط به پایه‌های کاربردی را به دست می‌آوریم و تمامی اعداد به دست آمده را به صورت زیر کنار هم می‌نویسیم:

$$(1, 4, 8, 11), (1, 4, 4), (14, 4), 153$$

► تصویر ۲۱. کاربردی سرفست، ایوان غربی و شرقی مسجد جامع زنجان (حاجی قاسمی، ۱۳۷۵ ج. ۷: ۱۳۸ و ۱۳۶؛ ترسیم: نگارندگان، ۱۳۹۶).



### جمع بندی و ارائه‌ی فرمول نهایی

با توجه به این‌که کاربردی از چند پارامتر تشکیل شده است، لذا می‌توان اجزاء آن را به این پارامترها تفکیک نمود و برای هر کدام یک فاکتور ارائه نمود و بدین ترتیب به یک مدل ریاضی رسید.

پس از بررسی مطالب ارائه شده در واکاوی حاضر به ارائه‌ی یک مدل ریاضی از کاربردی‌های ساده پرداختیم و مشخص شد که این فرمول قابلیت جایگزینی همه‌ی انواع کاربردی‌های ساده را دارد. براساس آنچه که مطالعات در این پژوهش نشان می‌دهد، چهار فاکتور برای فرمول نویسی و مدل سازی ریاضی کاربردی‌ها مؤثر است؛ یعنی فاکتورهای  $n$  (اضلاع کاربردی)،  $d$  (فواصل اتصال)،  $\theta$  (شاقولی یا غیر شاقولی بودن) و فاکتور زمینه  $(C_1, C_2, \dots, C_m)$ . فاکتورهای دیگری هم در کاربردی‌ها وجود دارد، ولی این چهار فاکتور به نوعی در تمامی منابع مشترک

هستند و مهم‌تر از همه قابلیت ریاضیاتی شدن را دارند و به کمک همین چهار فاکتور می‌توان تمامی کاربردی‌های ساده را فرمول‌نویسی و مدل‌سازی ریاضی کرد. با توجه به مواردی که در این پژوهش ذکر شد، برای فرمول‌نویسی کاربردی‌ها به چهار فاکتور اشاره شده در بالا نیاز داریم که بتوانیم کاربردی‌های ساده را فرمول‌نویسی کرد.

پیشنهاد ما، در این تحقیق این است که فاکتورهای به دست آمده را به صورت خطی کنار یکدیگر بنویسیم، پس فرمول نهایی به صورت زیر در می‌آید:

$$\theta, (n,d), (C_1, C_2, \dots, C_m)$$

$$\theta \leq 180, \quad n \in \mathbb{N} - (1,2,3), \quad 1 \leq d < \frac{n}{2}, \quad 3 \leq m \leq n$$

$\theta$ : معرف شاقولی یا غیر شاقولی بودن کاربردی است، بدین صورت که اگر  $\theta = 180$  باشد، کاربردی شاقولی و اگر  $\theta < 180$  باشد، کاربردی غیر شاقولی است.  
 $n$ : معرف تعداد اضلاع کاربردی است، که با شمارش تعداد اضلاع شمسه کامل به دست می‌آید.

$d$ : معرف فواصل اتصال و چند به چند وصل شدن اضلاع کاربردی است.  
 $(C_1, C_2, \dots, C_m)$ : معرف زمینه‌ی کاربردی و پایه‌های آن است که با رسم کامل کاربردی روی کاغذ یا نرم‌افزارهای نقشه‌کشی به دست می‌آید.

### نتیجه‌گیری

بدین ترتیب در پاسخ به سؤال اول تحقیق باید گفت: استفاده از ریاضیات به عنوان یک زبان بین‌المللی و قابل فهم برای همگان بهترین راهکار برای رسیدن به یک درک مشترک از کاربردی است. مطالعات نشان داد که کاربردی، ماهیتی کاملاً دستوری و قانونمند دارد و لذا ریاضیات می‌تواند بهترین زبان برای ارائه‌ی آن باشد. و در پاسخ به سؤال دوم تحقیق هم باید گفت: همان‌طور که در جمع‌بندی این پژوهش ارائه شده است، کلیه‌ی کاربردی‌های ساده را می‌توان با این فرمول نام‌گذاری و معرفی نمود. هدف از این مقاله، ارائه‌ی یک فرمول و روش ریاضیاتی برای کاربردی‌های اجرا شده می‌باشد؛ که البته ناگفته پیداست که با داشتن چهار فاکتوری که در این فرمول وجود دارد، اگر چنانچه کاربردی جدیدی نیز طراحی گردد، می‌توان آن را اجرا نمود. تأکید به این نکته حائز اهمیت است که هدف از این پژوهش، فراهم نمودن منابعی است که بتواند به صورت منضبط و منسجم، درک و شناختی را برای معماران آکادمیک فراهم آورد و حتی پیشنهاد می‌شود چنین منابعی جزو سرفصل دروس آموزشی معماری نیز گنجانده شود تا معماران آکادمیک بتوانند با زبان علمی و تحلیلی به کسب شناخت و توسعه علوم معماری سنتی بپردازند.

## پی‌نوشت

۱. این عنوان برگرفته از گونه‌شناسی مقاله‌ی «گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربردی در معماری ایران» اثر محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰ است.
۲. کاربردی ساده ۱۰-۱۲-۱۴-۱۶-۱۸-۲۰-۲۲-۲۴ ضلعی.
۳. هشت و نیم‌هشت، چهارراهو (چلیپا)، مربع، هشت.
۴. تصویر سه‌بُعدی و پلان کاربردی رسمی منفرد یک پا ۱۲ (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۹۹).
۵. کاربردی رسمی منفرد دو پا، مسجد شیخ لطف‌الله اصفهان (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۲).
۶. ترکیب دو کاربردی رسمی، سربینه‌ی حمام سلطان میراحمد کاشان (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۴).
۷. کاربردی رسمی خاص، دالان ورودی مسجد جامع اردستان (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۴).
۸. کاربردی سرسفت، نوع زمینه: مستطیل (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۵).
۹. کاربردی پرور، سربینه‌ی حمام خسرو آقا اصفهان (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۶).
۱۰. کاربردی گسترش، هشتی ورودی مسجد باباولی کاشان (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۷).
۱۱. کاربردی درون‌زا، مسجد جامع کاشان (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰: ۱۰۷).

## کتابنامه

- بزرگمهری، زهره، ۱۳۸۵، *هندسه در معماری*، تهران: انتشارات سازمان میراث فرهنگی کشور، سبحان نور.
- پایادوپولو، آکساندر، ۱۳۶۸، *معماری اسلامی*، برگردان: حشمت جزنی، رجا.
- پیرنیا، محمدکریم، ۱۳۶۰، «کاربندی: تاریخچه»، اثر، شماره‌ی ۶، صص: ۱-۹.
- حاجی قاسمی، کامبیز، ۱۳۷۵، *گنجنامه*، دفتر هفتم، هشتم، هجدهم، تهران: انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، سازمان میراث فرهنگی کشور.
- رئیس‌زاده، مهناز؛ و مفید، حسین، ۱۳۷۴، *احیای هنرهای از یاد رفته*، تهران: انتشارات مولی.
- رئیس‌ی، مهدی؛ بمانیان، محمدرضا؛ و تهرانی، فرهاد، ۱۳۹۲، «بازنگری در مفهوم کاربردی بر مبنای هندسه‌ی نظری، عملی و نقش ساختمانی»، دو فصلنامه علمی- پژوهشی *مرمت و معماری ایران*، شماره‌ی پنجم، صص: ۳۳-۵۵.
- زمرشیدی، حسین، ۱۳۸۹، *گنبد و عناصر طاقی ایران*، تهران: انتشارات زمان.
- شعریاف، اصغر، ۱۳۸۵، *گره و کاربردی*، تهران: انتشارات سازمان میراث فرهنگی کشور، سبحان نور.
- گالدیری، اوژن، ۱۳۷۸، «مرمت گنبد آجری»، ترجمه‌ی فرهاد تهرانی، صقه، شماره‌ی ۲۸، صص: ۷۲-۷۷.
- لرزاده، حسین؛ ۱۳۵۸، *احیای هنرهای از یاد رفته*، به‌کوشش: محمد خواجوی، بی‌جا.
- محمدیان منصور، صاحب؛ و فرامرزی، سینا، ۱۳۹۰، «گونه‌شناسی و تدوین ساختار هندسی کاربردی در معماری ایران»، *هنرهای زیبا*، شماره‌ی ۴۸، صص: ۹۷-۱۰۹.
- معاریان، غلامحسین؛ صفایی‌پور، هادی، ۱۳۹۱، *معماری ایرانی*، نیارش، تهران: انتشارات نغمه نو اندیش.
- نوایی، کامبیز؛ و حاجی قاسمی، کامبیز، ۱۳۹۰، *خشت و خیال*، تهران: انتشارات صدا و سیما، سروش.

- ویلبر، دونالد، ۱۳۶۵، معماری اسلامی ایران در دوره‌ی ایلخانان، ترجمه‌ی عبدالله فریار، چاپ دوم، تهران: علمی و فرهنگی.